les suites

Correction 1

a. Voici les cinq premiers termes de la suite (u_n) :

$u_0 = 5$

$u_1 = u_0 + 2 = 5 + 2 = 7$

$u_2 = u_1 + 2 = 9$

$u_3 = u_2 + 2 = 11$

$u_4 = u_3 + 2 = 12$

b. Voici les cinq premiers termes de la suite (v_n) :

$v_0 = 3$

$v_1 = 2 \cdot v_0 = 2 \times 3 = 6$

$v_2 = 2 \cdot v_1 = 2 \times 6 = 12$

$v_3 = 2 \cdot v_2 = 2 \times 12 = 24$

$v_4 = 2 \cdot v_3 = 2 \times 24 = 48$

c. Voici les cinq premiers termes de la suite (w_n) :

$w_0 = 2$

$w_1 = -w_0 = -2$

$w_2 = -w_1 = -(-2) = 2$

$w_3 = -w_2 = -2$

$w_4 = -w_3 = -(-2) = 2$

d. Voici les cinq premiers termes de la suite (x_n) :

$x_0 = 4$

$x_1 = 2 \cdot x_0 - 2 = 2 \times 4 - 2 = 6$

$x_2 = 2 \cdot x_1 - 2 = 2 \times 6 - 2 = 10$

$x_3 = 2 \cdot x_2 - 2 = 2 \times 10 - 2 = 18$

$x_4 = 2 \cdot x_3 - 2 = 2 \times 18 - 2 = 34$

e. Voici les cinq premiers termes de la suite (y_n) :

$y_0 = 1$

$y_1 = 1$

$y_2 = y_0 + y_1 = 1 + 1 = 2$

$y_3 = y_1 + y_2 = 1 + 2 = 3$

$y_4 = y_2 + y_3 = 2 + 3 = 5$

Correction 2

1. Voici le tableau de salaire de Arthur pour les prochaines années :

Année	2009	2010	2011	2012
Avancement A	1525	1557	1589	1621
Avancement B	1525	155,5	1586,6	1618,3

Année	2013	2014	2015	2016
Avancement A	1653	1675	1697	1729
Avancement B	1650,7	1683,7	1717,3	1751,7

2. A l'aide de l'avancement B, il aura un salaire plus important à partir de l'année 2014.

Correction 3

1. La suite (u_n) étant une suite arithmétique de raison 5, on en déduit la relation de récurrence suivante :

$u_{n+1} = u_n + 5$

On en déduit la valeur suivante des cinq premiers termes de cette suite :

$u_0 = 3$

$u_1 = u_0 + 5 = 3 + 5 = 8$

$u_2 = u_1 + 5 = 8 + 5 = 13$

$u_3 = u_2 + 5 = 13 + 5 = 18$

$u_4 = u_3 + 5 = 18 + 5 = 23$

2. Voici les six premiers termes de la suite (v_n) :

$v_0 = 6$

$v_1 = v_0 - 2 = 6 - 2 = 4$

$v_2 = v_1 - 2 = 4 - 2 = 2$

$v_3 = v_2 - 2 = 2 - 2 = 0$

$v_4 = v_3 - 2 = 0 - 2 = -2$

$v_5 = v_4 - 2 = -2 - 2 = -4$

Correction 4

1. Une suite géométrique de raison 3 vérifie la relation de récurrence suivante :

$u_{n+1} = 3 \cdot u_n$

Voici les cinq premiers termes de la suite (u_n) :

$u_0 = 2$

$u_1 = 3 \times u_0 = 3 \times 2 = 6$

$u_2 = 3 \times u_1 = 3 \times 6 = 18$

$u_3 = 3 \times u_2 = 3 \times 18 = 54$

$u_4 = 3 \times u_3 = 3 \times 54 = 108$

2. Voici les six premiers termes de la suite (v_n) :

$v_0 = -2$

$v_1 = \frac{1}{2} \cdot v_0 = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$

$v_2 = \frac{1}{2} \cdot v_1 = \frac{1}{2} \times (-1) = -\frac{1}{2}$

$v_3 = \frac{1}{2} \cdot v_2 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$

$v_4 = \frac{1}{2} \cdot v_3 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{8}$

$v_5 = \frac{1}{2} \cdot v_4 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{8}\right) = -\frac{1}{16}$

Correction 5

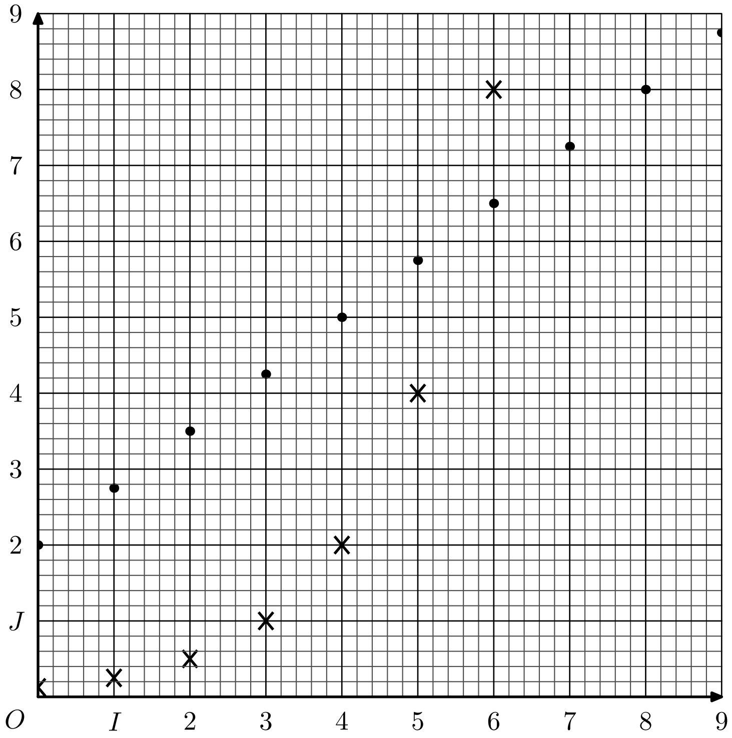
1. La suite (u_n) est une suite arithmétique ; la suite (v_n) est une suite géométrique.

2. Compléter le tableau suivant avec les valeurs de la suite arrondies au dixième près :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n	2	2,8	3,5	4,3	5	5,8	6,5	7,3	8	8,8
v_n	0,1	0,3	0,5	1	2	4	8	16	32	64

3. On a les représentations suivantes des deux suites (u_n)

et (v_n) :



Correction 6

1. Pour montrer que la suite (u_n) est arithmétique, il suffit montrer que la différence de deux termes consécutifs est constante ; étudions la différence suivante :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \big[3(n+1)+2\big] - \big[3n+2\big] \\ &= 3n+3+2-3n+2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

On vient d'établir que la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison 3.

2. Pour montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique, il suffit de montrer que le quotient de deux termes consécutifs est constant :

$$\begin{aligned} \frac{v_{n+1}}{v_n} &= \frac{2\times 3^{n+1}}{2\times 3^n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3^{(n+1)-n} \\ &= 3^1 = 3 \end{aligned}$$

La suite (v_n) est géométrique de raison 3.