

BAC BLANC n°1 – Février 2016

Épreuve: MATHÉMATIQUES

Série : STMG Durée : 3 heures Coefficient : 3

Aucun échange de calculatrice n'est autorisé.

Soignez votre rédaction : expliquez ce que vous faites – Concluez par une phrase.

Le sujet comporte 4 pages

Exercice n°1:

6 Points

On s'intéresse à l'évolution du prix des appartements neufs, en France métropolitaine, en euros par m².

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
2	Rang de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	Prix en euros d'un mètre carré	2563	2852	3071	3276	3344	3368	3571	3773	3861
4	Taux d'évolution du prix au mètre carré par rapport à l'année 2006		11,28%	19,82%	27,82%	30,47%	31,41%	39,33%	47,21%	50,64%

L'extrait d'une feuille tableur ci-dessus donne le prix des appartements neufs en France métropolitaine, en euros par m², entre 2006 et 2014.

Les cellules de la ligne 4 sont au format pourcentage.

- 1) Quelle formule faut-il entrer en C4 et tirer vers la droite pour remplir la ligne 4.
- 2) On considère l'année 2006 comme année de référence. On lui affecte l'indice 100. Quel est dans ce cas l'indice de l'année 2010 ?
- 3) Calculer le taux d'évolution du prix du mètre carré de l'année 2010 à l'année 2014.
- 4) D'après le tableau, le prix du mètre carré a augmenté de 50,64 % de 2006 à 2014. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du prix du mètre carré de 2006 à 2014.
- 5) On suppose qu'à partir de 2014, le prix du mètre carré va continuer d'augmenter chaque année de 5,2%.
On considère la suite (U_n) où U_n correspond au prix d'un mètre carré, en euros, l'année 2014+n.
Ainsi $U_0=3861$
 - a) Quelle est la nature de cette suite (U_n) ? Justifiez la réponse et en préciser la raison.
 - b) Exprimer U_n en fonction de n.
 - c) Quel sera le prix d'un mètre carré en 2020 ?

Exercice n°2:**6 Points**

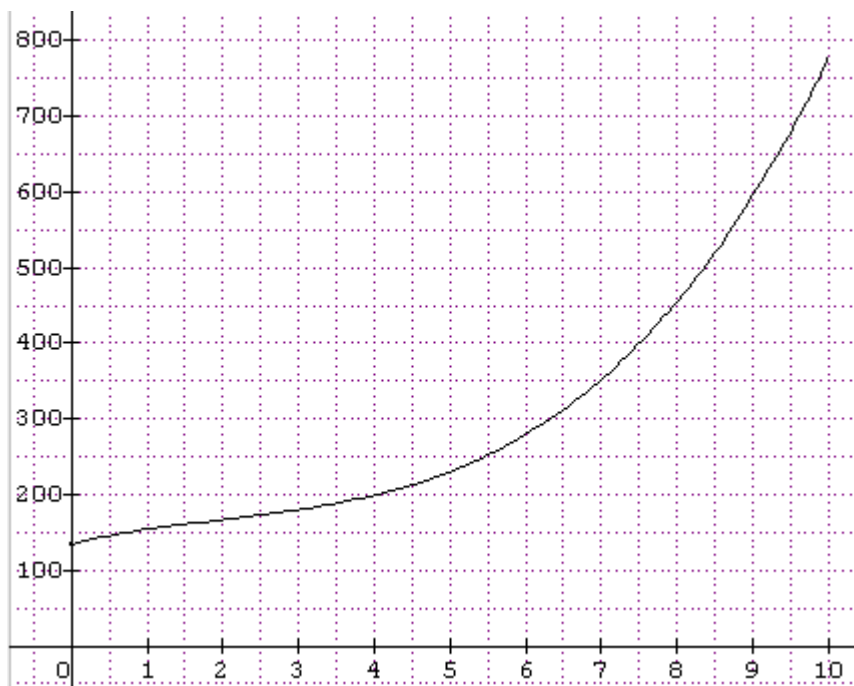
Une entreprise fabrique et commercialise un alliage métallique. Chaque mois, elle peut produire jusqu'à 10 tonnes de cet alliage et vend toute sa production.

Partie A : Etude du coût de production et de la recette.**3 points**

Le coût total de production de x tonnes de l'alliage, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur $[0;10]$ par $C(x) = x^3 - 6x^2 + 24x + 135$. La courbe représentant cette fonction C est donnée ci-dessous.

1) Déterminer par lecture graphique :

- le coût total d'une production de 4 tonnes d'alliage.
- la quantité d'alliage produite pour un coût total de production de 600 milliers d'euros.



2) Après une étude de marché, le prix de vente de l'alliage produit a été fixé à 60 milliers d'euros la tonne.

- Calculer la recette pour la vente de 5 tonnes d'alliage.
- On note R la fonction qui modélise la recette, exprimée en milliers d'euros, pour x tonnes d'alliage vendues. Donner l'expression de $R(x)$ en fonction de x avec $x \in [0;10]$.
- Représenter graphiquement la fonction R sur le graphique ci-dessus.
- Déterminer graphiquement les productions pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice. Expliquer la démarche.

Partie B : Etude du bénéfice.**3 Points**

On note B la fonction qui modélise le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, en fonction de la quantité x , en tonnes, d'alliage produit et vendu.

- 1) Montrer que $B(x) = -x^3 + 6x^2 + 36x - 135$ avec $x \in [0; 10]$.
- 1) Montrer que $B'(x) = -3x^2 + 12x + 36$ pour $x \in [0; 10]$.
- 2) Etudier le signe de $B'(x)$ puis dresser le tableau de variation de cette fonction B sur $[0; 10]$.
- 4) Déterminer la quantité d'alliage à produire et à vendre pour réaliser un bénéfice maximal.

Exercice n°3:**3 Points**

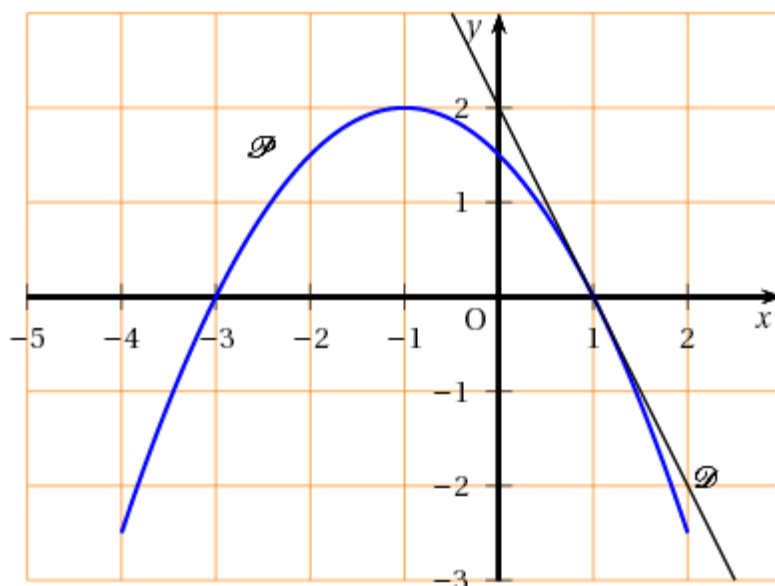
Soit f une fonction définie sur $[-4; 2]$

dont la courbe est donnée contre.

La droite représentée est la tangente à la courbe de cette fonction en $x=1$.

Résoudre par lecture graphique les questions suivantes.

- 1) Que vaut $f(1)$?
- 2) Que valent $f'(-1)$ et $f'(1)$?
- 3) On donne $f'(-3) = 2$. Tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse -3
- 4) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$
- 5) Résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$.

**Exercice n°4 :****5 Points**

Recopiez la réponse exacte de chacune de ces questions sur votre copie, puis justifiez-la.

- 1) La suite (U_n) est arithmétique de premier terme $U_1 = 5$ et de raison $r = 20$
 - a) $U_4 = 85$
 - b) $U_n = 5 + 20n$
 - c) $U_n = 20n - 15$
- 2) La suite (V_n) est arithmétique de premier terme $V_0 = 8$ et de raison $r = 25$ alors la somme $V_0 + V_1 + \dots + V_{10}$ est égale à :
 - a) 258
 - b) 1330
 - c) 1463

3) La suite (W_n) est géométrique de premier terme $W_0=3$ et de raison $q = 4$ alors la somme $W_0+W_1 + \dots + W_5$ est égale à :

a) 4095

b) 3072

c) 4096

4) On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par:

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x}{3x + 4}$$

La dérivée de la fonction f est donnée par :

a) $f'(x) = \frac{2x+5}{3}$

b) $f'(x) = \frac{9x^2+38x+20}{(3x+4)^2}$

c) $f'(x) = \frac{3x^2+8x+20}{(3x+4)^2}$

4) On considère la fonction g définie pour tout nombre réel x par:

$$g(x) = 2x^3 + 4x + 2$$

Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 2 est:

a. $y = 26x + 2$

b. $y = 28x - 30$

c. $y = 28x - 26$