Correction Bac Blanc

Exercice n°1 :

1) = (C3-$B3)/$B3

2) De 2006 à 2010, le prix au m² a augmenté de 30,47 % donc l'indice en 2010 sera 100+30,47=130,47.

3) $\frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{3861-3344}{3344} = \frac{517}{3344} \approx 0{,}1546 = 15{,}46\ \%$

De 2010 à 2014, le prix du m² a augmenté de 15,46 %.

4) De 2006 à 2014, 8 années se sont écoulées.

Donc $CM_{Moyen}^8 = CM_{Global} = 1 + \frac{50{,}64}{100} = 1{,}5064$

Donc $CM_{Moyen} = 1{,}5064^{\frac{1}{8}} \approx 1{,}0525$

Le taux moyen est donc de $(1{,}0525-1)\times 100 = 5{,}25$

De 2006 à 2014, le taux d'évolution annuel moyen du prix du m² est une hausse de 5,25 %.

5) a) Chaque année, le prix du m² augmentera de 5,2 % donc sera multiplié par $CM = 1 + \frac{5{,}2}{100} = 1{,}052$
La suite (U_n) est donc une suite géométrique de raison q=1,052. On a donc $U_{n+1} = 1{,}052 \times U_n$.

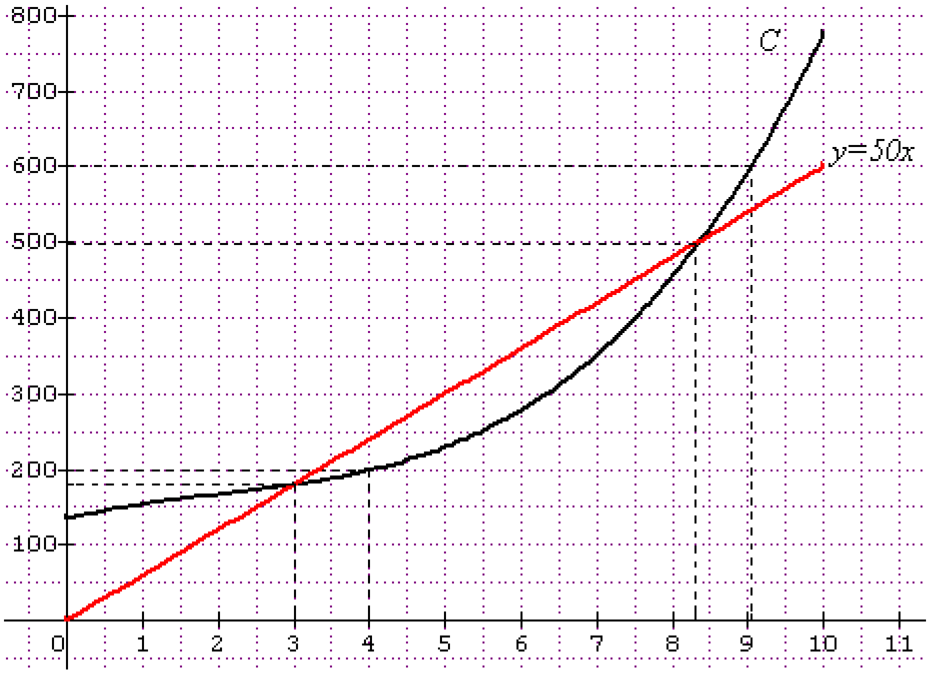
b) $U_n = U_0 \times q^n = 3861 \times 1{,}052^n$

c) $U_6 = 3861 \times 1{,}052^6 \approx 5233{,}52$. En 2020, le prix du m² serait de 5233,52 euros.

Ex 2 :

1) a) La production de 4 tonnes cote environ 200 000 euros.

b) 600 000 euros permet de produire environ 9,1 tonnes.



2) a) $5*60\ \ 000=300000$ la vente de 5 tonnes rapportes 300 000 euros.

b) $R(x)=60x$ en milliers d'euros. C'est une situation de proportionnalité.

c) R est une fonction linéaire. Sa courbe est un segment.
R(0)=0 et R(10)=600 donc le segment passe par les points (0;0) et (10;600). Voir graphique.

d) L'entreprise réalise un bénéfice lorsque la recette (droite rouge) est au dessus de la courbe C représentant les coûts. Il y a donc bénéfice pour une production comprise entre environ 3 et environ 8,3 tonnes.

Partie B :

1) B(x) bénéfice = Recette – Coût de production = $60x-(x^3-6x^2+24x+135)=60x-x^3+6x^2-24x-135$

Donc $B(x)=-x^3+6x^2+36x-135$.

2) $B(x)=-x^3+6x^2+36x-135$ donc $B'(x)=-3x^2+6\times 2x+36\times 1-0=-3x^2+12x+36$.

3) $B'(x)=-3x^2+12x+36$ est de la forme ax^2+bx+c avec $a=-3$, $b=12$ et $c=36$.

$\Delta=b^2-4ac=12^2-4\times(-3)\times 36=576$

Δ est positif donc il y a deux racines.

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-12+\sqrt{576}}{-6}=-2 \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-12-\sqrt{576}}{-6}=6$$

$B'(x)$ est du signe de $a=-3$ sauf entre les racines.(à l'extérieur de ses racines)

$B'(x)$ est donc négatif avant $x=-2$ et après $x=6$ mais attention ici $x\in[0;10]$ donc

x	0		6		10
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	−135	↗	81	↘	−175

4) Le bénéfice est maximal si on produit et vend 6 tonnes.

Ex 3 :

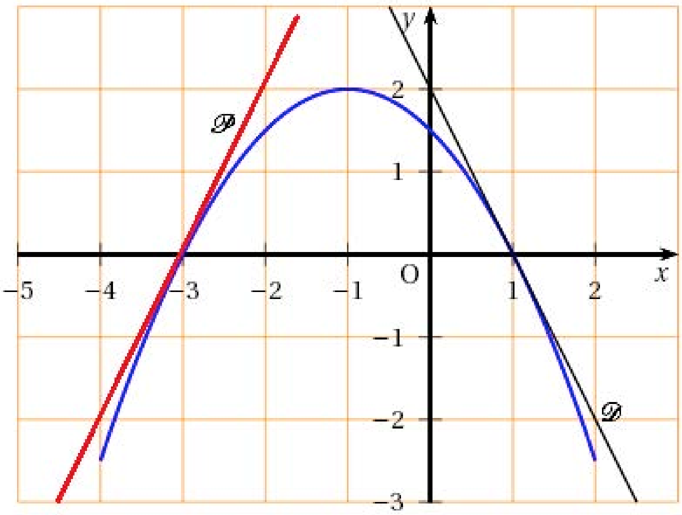
1) f(1)≈0 car la courbe coupe l'axe des abscisses en x≈1.

2) *f ' (-1)* est le coefficient directeur de la tangente à la courbe en x=-1 comme elle est horizontale *f' (-1)=0.*

$f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe en $x=1$. Il vaut donc -2 .(Quand j'avance de 1 à partir du point (1;0), je dois descendre de 2 pour retrouver la tangente).

3) $f(x)\geq 0$ si x∈[-3;1]. Je regarde où la courbe est au dessus de l'axe des abscisses.

4) $f'(x)\geq 0$ si x∈[-4;-1]. Je regarde où la courbe est croissante.



Exercice n°4 :

Recopiez la réponse exacte de chacune de ces questions sur votre copie, puis justifiez-la.

1) La suite (U_n) est arithmétique de premier terme U_1 =5 et de raison r = 20

b) U_n=5 + 20 n   c) U_n = 20 n -15

Comme U_n est arithmétique de raison 20 et de premier terme U_1 =5 ; U_n=5 + 20 (n - 1)
Donc Un=5 + 20 n - 20 d'où Un = 20 n -15 réponse c

2) La suite (V_n) est arithmétique de premier terme V_0=8 et de raison r = 25 alors la somme $V_O+V_1 + ... + V_{10}$ est égale à :

a) 258   b) 1330   c) 1463

la somme des termes (dans l'ordre)d'une suite arithmétique est donné par la formule moyenne du premier terme avec le dernier multiplié par le nombre de termes donc ici $(V_O+ V_{10})/2$ multiplié par 11

$V_{10}= V_0 +10x25$ donc $V_{10} = 258$ donc $V_O+V_1 + ... + V_{10}= (258+8)/2 \times 11= 1463$ réponse c

3) La suite (W_n) est géométrique de premier terme W_0=3 et de raison q = 4 alors la somme $W_O+W_1 + ... +W_5$ est égale à :

a) 4095   b) 3072   c) 4096

La formule permettant le calcul de la somme des termes d'une suite géométrique est donnée par :

Somme des termes.
La somme termes de n termes d'une suite géométrique est égale à $S=premier\times\frac{1-q^n}{1-q}$.

Donc ici $S_{11}=3 \times \frac{1-4^{11}}{1-4}$ $S_{11}=4095$ réponse a

4) On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0; 10] par:

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x}{3x + 4}$$

La dérivée de la fonction f est donnée par :

a) $f'(x) = \frac{2x+5}{3}$ b) $f'(x) = \frac{9x^2+38x+20}{(3x+4)^2}$ c) $f'(x) = \frac{3x^2+8x+20}{(3x+4)^2}$

La fonction *f* est dérivable sur l'intervalle choisi car son dénominateur ne si annule pas (fonction rationnelle).

La fonction *f* a la forme d'un quotient donc comme :

Définition : Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$. Si $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout x de l'intervalle I, alors la fonction dérivée de la fonction f est la fonction f' définie sur I par $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v\prime(x)}{(v(x))^2}$.

donc ici $f'(x) = \dfrac{(x^2 + 5x)'(3x+4) - (x^2+5x)(3x+4)'}{(3x+4)^2} = \dfrac{(2x)(3x+4) - (x^2+5x)(3)}{(3x+4)^2}$

après développement et réduction du numératuer on obtient $f'(x) = \frac{3x^2+8x+20}{(3x+4)^2}$

réponse c

5) On considère la fonction g définie pour tout nombre réel x par:

$$g(x) = 2x^3 + 4x + 2$$

Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 2 est:

a. y= 26 x + 2 b. y= 28 x - 30 c. y=28 x - 26

La tangente à la courbe de g au point d'abscisse a est donné par l'équation:
y = g '(a) (x - a) + g(a)
Ici g(a) = g (2) = 16 + 8 + 2 = 26
$g'(x) = 2(3x^2) + 4$ donc $g'(2) = 24 + 4 = 28$
donc l'équation de la tangente au point d'abscisse 2 est :
y = 28(x-2) + 26
y = 28 x - 56 + 26
y = 28 x -30 réponse b