Devoir maison de mathématiques

Exercice 1

Vrai-Faux

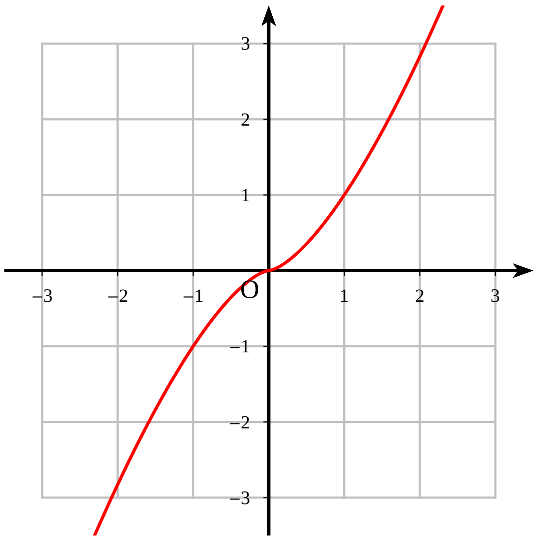
Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier la réponse.

1) La fonction f définie par sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 6x - 3$ est croissante sur $[0\,;\,1]$
2) Il existe des fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ qui n'ont pas de maximum.
3) Deux fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$ qui ont la même dérivée sont égales.
4) Si f une fonction définie sur $[-1\,;\,1]$ telle que $f(-1) > f(1)$, f est décroissante sur $[-1\,;\,1]$

Exercice 2

Valeur absolue

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\sqrt{|x|}$ et soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan (voir figure ci-contre).

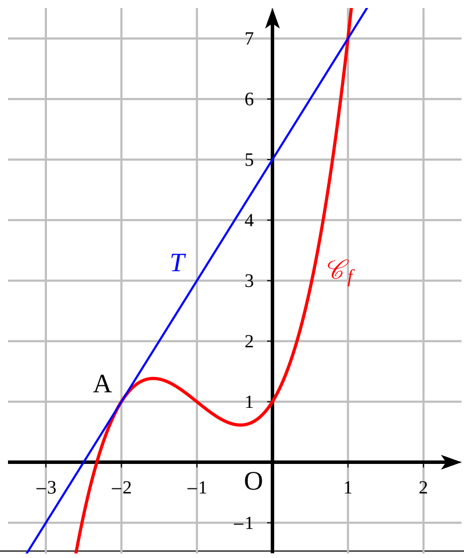


1) Donner l'expression de $f(x)$ sans valeur absolue pour $x > 0$.
2) Donner l'expression de $f(x)$ sans valeur absolue pour $x < 0$.
3) Donner l'expression de $f'(x)$ pour $x > 0$.
4) Calculer $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(h) - f(0)}{h}$.
   La fonction est-elle dérivable en 0 ?

Exercice 3

Fonction cube

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$
Soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.(voir courbe ci-dessous).



1) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(x)$.
2) Déterminer les variations de f puis dresser son tableau de variation.
3) Vérifier que, pour tout réel x, on a : $x^3 + 3x^2 - 4 = (x+2)^2(x-1)$
4) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse -2
5) Le point S$(-4\,;\,-3)$ appartient-il à T ?
6) Déterminer la position relative de $\mathscr{C}_f$ et de la tangente T sur l'intervalle $[-3\,;\,0]$.

EXERCICE 4

Algorithme

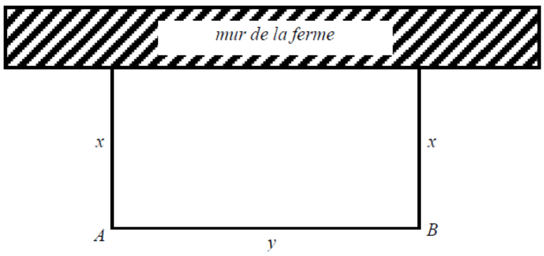
1) On considère l'algorithme ci-contre. Que fait cet algorithme ?
2) Pour quelles valeurs de x le programme exécute-t-il les deux dernières lignes ?
3) Donner une autre fonction F1 pour laquelle l'algorithme n'exécutera jamais les deux dernières lignes.

Variables : X, G : réels et $F1$: fonction
Entrées et initialisation
  Lire X
Traitement et sorties
  si $F1(X) \geqslant 0$ **alors**
    $\sqrt{F1(X)} \to G$
    Afficher G
  sinon
    Afficher "La fonction $F1$ non définie en"
    Afficher X
  fin

Fonction numérique utilisée : $F1(X) = 3X + 2$

EXERCICE 5*

Un fermier décide de réaliser un poulailler (en forme rectangulaire) le long du mur de sa maison. Ce poulailler devra avoir une aire de 392 m^2. Où doit-on placer les piquets A et B pour que la longueur de la clôture soit minimale ?



La figure ci-dessus représente le poulailler accolé à la ferme en *vue de dessus*. On appelle x la distance séparant chaque piquet au mur et y la distance entre les 2 piquets A et B. (On a donc $x > 0$ et $y > 0$)