rev

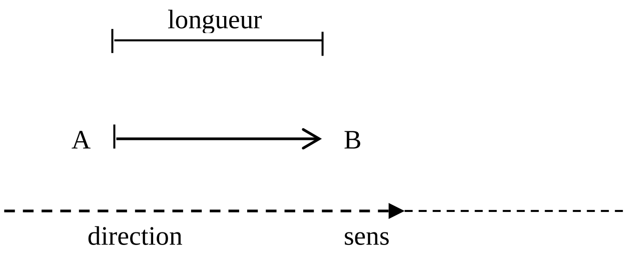
VECTEURS

I) Vecteurs du plan.

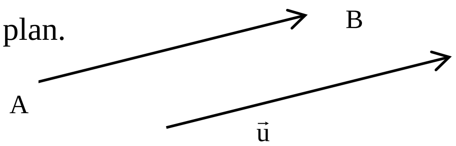
<u>Définition :</u>

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par :

- **Sa direction (la droite (AB)).**
- **Son sens (de A vers B)**
- **Sa longueur (la longueur AB)**



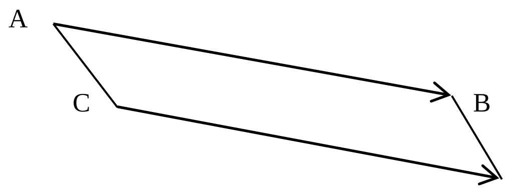
<u>Remarque :</u>
Un vecteur n'est pas défini par sa situation dans le plan.
$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$



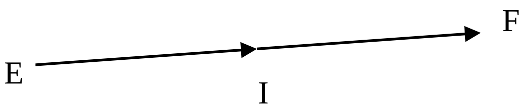
<u>Vecteurs particuliers :</u>
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont des **vecteurs opposés**. On note $\mathbf{\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}}$

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé **vecteur nul**. On note $\mathbf{\overrightarrow{AA} = \vec{0}}$.

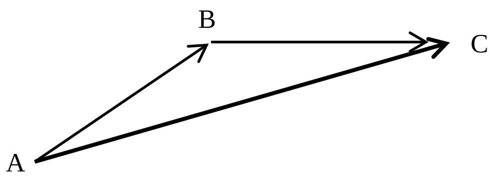
<u>**Propriété :**</u>
$\mathbf{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}} \quad \Leftrightarrow \quad$ **ABDC est un parallélogramme.**



$\mathbf{\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{IF}} \quad \Leftrightarrow \quad$ **I mil [EF]**



$\mathbf{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$ (Relation de Chasles)



<u>Somme de vecteurs :</u>

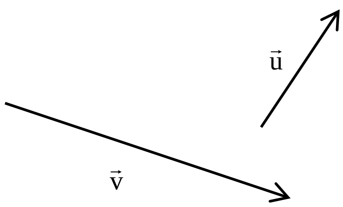
<u>Remarque :</u>
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

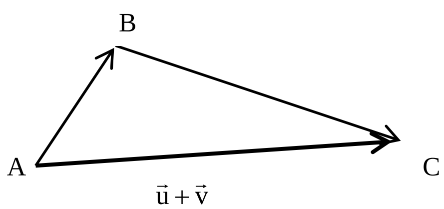
On note $\mathbf{\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}}$.

<u>Somme de deux vecteurs :</u>
Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan.

On choisit deux représentants de $\vec{u}$ et $\vec{v}$: $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$

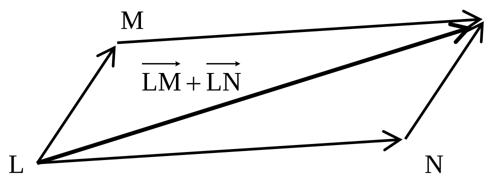
$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$





Cas particuliers :

Somme de deux vecteurs de même origine : $\overrightarrow{\mathbf{LM}}+\overrightarrow{\mathbf{LN}}$



Colinéarité :
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si il existe un réel tel que $\vec{u}=\lambda\vec{v}$

Cas particulier :
Le vecteur nul est colinéaire à tous vecteurs du plan.

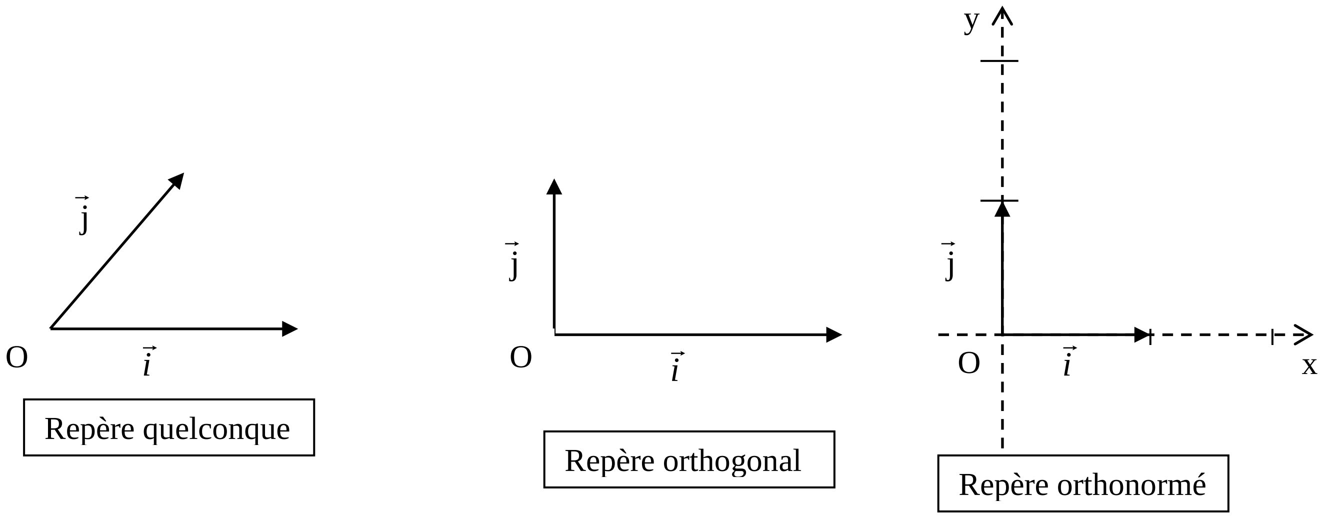
Exemple :
Construire un vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$. Construire les vecteurs $3\vec{u}$, $-2\vec{u}$ et $\frac{3}{2}\vec{u}$.

Remarque :
Deux vecteurs colinéaires ont même direction (sont portés par des droites parallèles)

Propriété :
$\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{CD}}$ **sont colinéaires** $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{CD}}$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{(AB)//(CD)}$

II) Repère cartésien.

Soit un **repère** du plan noté (O ; I , J).
On pose alors $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$; les vecteurs $\vec{i}$ et j sont non colinéaires et sont appelés vecteurs de base. On note le repère $\left(\mathbf{O;\vec{i},\vec{j}}\right)$
L'axe des abscisses est noté $(O;\vec{i})$. L'axe des ordonnées est noté $(O;\vec{j})$



Remarque :
Trois points non alignés A, B et C du plan forment un repère du plan : $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

Coordonnées d'un point :

Soit M un point du plan muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

M a pour coordonnées $\mathbf{(x;y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}}$

On note $M\left(x;y\right)$; x est l'abscisse du point M et y est son ordonnée.

Coordonnées d'un vecteur :

• Le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}}$;

On note $\mathbf{\vec{u}}\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$ ou $\vec{u}\,(x;y)$.

• Soit les points $A\left(x_A;y_A\right)$ et $B\left(x_B;y_B\right)$ dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour abscisse $x_{\overrightarrow{AB}} = x_B - x_A$ et pour ordonnée $y_{\overrightarrow{AB}} = y_B - y_A$

On note $\mathbf{\overrightarrow{AB}}\begin{pmatrix} \mathbf{x_B - x_A} \\ \mathbf{y_B - y_A} \end{pmatrix}$ ou $\overrightarrow{AB}\left(x_B - x_A;y_B - y_A\right)$

Exemple :

Soit A,B et D trois points du plan muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ d'unité 1 cm.

1. Placer les points $A(0;3)$, $B(-2;7)$ et $D(8;7)$
2. Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3. Calculer les coordonnées du point M milieu de [BD].
4. Calculer les coordonnées des points K et L tel que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{BA}$.
5. Montrer que $(AB)//(ML)$.
6. Soit $S(-3;-1)$. Montrer que les points M, A et S sont alignés

Norme d'un vecteur :

Soit les points $A\left(x_A;y_A\right)$ et $B\left(x_B;y_B\right)$ dans le repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. On appelle norme de $\overrightarrow{AB}$ la longueur AB. $\mathbf{\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}}$

Exemple :

Calculer la longueur AC.

Propriétés :

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$ deux vecteurs et k un réel.

• $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow x_{\vec{u}} = x_{\vec{v}}$ et $y_{\vec{u}} = y_{\vec{v}}$

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées

• Le vecteur somme ($\vec{u} + \vec{v}$) a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} + x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} + y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$

• Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} k \times x_{\vec{u}} \\ k \times y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$

Exemple :

Construire un vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$. Construire les vecteurs $3\vec{u}$, $-2\vec{u}$ et $\frac{3}{2}\vec{u}$.