

Exercice I

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$.

1. Etudier la parité de f . Que peut-on en déduire pour la courbe représentative de f ?
2. Ecrire f comme composée de trois fonctions usuelles que l'on précisera. En déduire le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$ puis sur \mathbb{R} .
3. Encadrer f sur $[-2; 4]$.
4. Tracer la courbe représentative de f pour $x \in [-2; 4]$, dans un repère judicieusement choisi.

Exercice II

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{3x+1}{x-1}$.

1. Préciser l'ensemble de définition de g .
2. En utilisant la méthode d'identification, déterminer les réels a et b tels que
$$g(x) = a + \frac{b}{x-1}.$$
3. Donner alors les variations de la fonction g .

Exercice III

Soit $h(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h .
2. Résoudre $h(x) \geq 0$.

Exercice IV

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm).

1. Déterminer les réels a , b et c sachant que les points $A(0; -5)$, $B(1; 0)$ et $C(-5; 0)$ appartiennent à C_f .
2. a) Démontrer que pour tout réel x , $f(x) = (x+2)^2 - 9$.
b) En déduire que f admet un minimum que l'on précisera et dresser le tableau de variation de la fonction f .
c) En utilisant les résultats du cours concernant les fonctions associées, déterminer comment passer de la courbe représentative de la fonction $x \mapsto x^2$ à celle de la fonction f .
3. Tracer C_f dans le repère considéré.
4. Tracer $C_{|f|}$ courbe de la fonction $x \mapsto |f(x)|$ dans le même repère en expliquant la méthode utilisée.
5. a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $|f(x)| = 5$.
b) Retrouver graphiquement les résultats de la question 5.a).