Le centre de gravité dans tous ses états.

Exercice1:

Soit ABC un triangle. On note A', B' et C' les milieux respectifs des côtés [BC],[AC] et [AB].
Soit G le centre de gravité du triangle ABC.
1) L'objet de cette question est de démontrer que le centre de gravité se situe au 2/3 de chaque médiane, en partant du sommet.

a)Soit G' le symétrique de G par rapport au point A'.

Quelle est la nature du quadrilatère GBG'C ? (justifier)

b) Montrer alors que G est le milieu du segment [AG'].
Indication: On pourra utiliser le théorème de Thalès....

c)En déduire l'égalité $\overrightarrow{AG'}=2/3\,\overrightarrow{AA'}$. En déduire la valeur du réel k tel que $\overrightarrow{GA}=k\overrightarrow{GA'}$

2a)Précisez la valeur du réel k tel que $\overrightarrow{GA}=k\overrightarrow{GA'}$.

2b)Montrer alors l'égalité : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

3a)Montrer que pour tout point M du plan , on a : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

3b)Montrer que si le point M vérifie $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ alors M est le centre de gravité du triangle ABC

Exercice 2:

On se place dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.
Soient les points $A(1;1)$, $B(4;2)$ et $C(2;4)$

1. Déterminer les coordonnées du point M milieu de $[BC]$. En déduire une équation de la médiane au triangle ABC issue de A.

2. Déterminer une équation de la médiane au triangle ABC issue de B.

3. En déduire les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

4. Vérifier que $\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AM}$