

CALCUL LITTÉRAL

Sommaire

- 0- Objectifs
- 1- Développer une expression algébrique
- 2- Équation produit
- 3- Factoriser une expression algébrique

1- Objectifs troisième

- *Factoriser des expressions algébriques dans lesquelles le facteur est apparent.*
- Connaître les identités :
 - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- *Les utiliser dans les deux sens sur des exemples numériques ou littéraux simples.*
- *Résoudre une équation mise sous la forme $A(x).B(x) = 0$, où $A(x)$ et $B(x)$ sont deux expressions du premier degré de la même variable x .*

1- Développer une expression algébrique

Règle (rappels) :

Pour développer le produit de 2 sommes algébriques, on multiplie chaque bloc de l'une par chaque bloc de l'autre puis on ajoute les produits obtenus.

Exemples :

* Développer $A = (3x - 4)(6 - 5x)$

$$\begin{aligned} A &= (3x - 4)(6 - 5x) \\ &= 18x - 15x^2 - 24 + 20x \\ &= -15x^2 + 38x - 24 \end{aligned}$$

* Développer $B = 5 \times (3x - 5) - (3x - 4)(6 - 5x)$

$$\begin{aligned} B &= 5 \times (3x - 5) - [(3x - 4)(6 - 5x)] \\ &= 15x - 25 - [-15x^2 + 38x - 24] \\ &= 15x - 25 + 15x^2 - 38x + 24 \\ &= 15x^2 - 23x - 1 \end{aligned}$$

3 égalités remarquables :

Pour tout nombre a et b ,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemples :

* $(3x + 5)^2 = 9x^2 + 15x + 25$

* $(2x - 7)^2 = 4x^2 - 28x + 49$

* $(5x + 3)(5x - 3) = 25x^2 - 9$

Remarque :

Ces 3 égalités sont utiles pour la factorisation des expressions algébriques (voir le § 3).

2- Équation produit

Définition :

Une équation produit nul est une équation de la forme $A \times B = 0$.

Règle :

Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exemples :

* Résoudre $(3x + 5)(2x - 8) = 0$

On a $(3x + 5)(2x - 8) = 0$

or, si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul

donc $3x + 5 = 0$ ou $2x - 8 = 0$

donc $x = \frac{-5}{3}$ ou $x = \frac{8}{2} = 4$

L'équation a donc 2 solutions : $\frac{-5}{3}$ et 4.

* Résoudre $(5 - 7x)^2 = 0$

On a $(5 - 7x)^2 = 0$

or, si le carré d'un nombre est nul alors ce nombre est nul aussi

donc $5 - 7x = 0$

donc $5 = 7x$

donc $x = \frac{5}{7}$

L'équation a une seule solution $\frac{5}{7}$

3- Factoriser une expression algébrique

Règle :

Factoriser une expression algébrique, c'est la mettre sous la forme d'un produit de sommes algébriques.

Exemples :

$$* 3x + 5x = (3 + 5)x = 8x$$

$$* 3x + 5x^2 = (3 + 5x)x$$

$$* x + 5x^2 = (1 + 5x)x$$

$$\begin{aligned} * 2x + 3 - (2x + 3)(4 - 2x) &= (2x + 3)(1 - (4 - 2x)) \\ &= (2x + 3)(1 - 4 + 2x) \\ &= (2x + 3)(-3 + 2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * (2x - 3)^2 - (8x + 1)(2x - 3) &= (2x - 3)(2x - 3) - (8x + 1)(2x - 3) \\ &= (2x - 3)[2x - 3 - (8x + 1)] \\ &= (2x - 3)[2x - 3 - 8x - 1] \\ &= (2x - 3)(-6x - 4) \\ &= -2(2x - 3)(3x + 2) \end{aligned}$$

On peut utiliser les identités remarquables :

$$* x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$* 4x^2 - 49 = (2x)^2 - 7^2 = (2x + 7)(2x - 7)$$

$$* 9x^2 + 16 + 24x = (3x)^2 + 4^2 + 2 \times 3x \times 4 = (3x + 4)^2$$

$$* x^2 + 25 - 10x = x^2 + 5^2 - 2 \times x \times 5 = (x - 5)^2$$

Remarque : on peut aussi factoriser un nombre entier.

par exemple : $2112 = 2^6 \times 3 \times 11$

on peut aussi utiliser la fonction **decomp** de la calculatrice...