Texte n°3.1 : 8 points

1. $(3x+2)^2=(x^2+4)^2$ ñ $(3x+2)^2-(x^2+4)^2=0$ On arrive à $(x^2+3x+6)(-x^2+3x-2)=0$. Il suffit alors de résoudre : $x^2+3x+6=0$ et $-x^2+3x-2=0$

Le discriminant de la première équation est négatif.
On a donc deux solutions : S={1 ;2}.

2. $\frac{x-1}{3x-7} \le \frac{x-4}{x}$ ñ $\frac{x-1}{3x-7} - \frac{x-4}{x} \le 0$

On réduit au même dénominateur et : $\frac{-2x^2+18x-28}{(3x-7)x} \le 0$

On étudie le signe du dénominateur et du numérateur. On a :
S=] - õ;0[∪[2;7/3[∪]7; + õ[

3. $\frac{8x^2-19x-17}{3x^2-10x-8} \ge 2$ ñ $\frac{8x^2-19x-17}{3x^2-10x-8} - 2\times\frac{8x^2-19x-17}{3x^2-10x-8} \ge 0$

et, $\frac{2x^2+x-1}{3x^2-10x-8} \ge 0$. On étudie le signe du dénominateur et du numérateur. On a :
S=] - õ; - 1] ∪] - 2/3;1/2] ∪]4; + õ[

4. $\sqrt{5x+6} \ge x+2$

Le domaine d'étude est D=[- 6/5; + õ[car $5x$ + 6Ã0.

- Si x< - 2 (x+2<0) alors l'inéquation est toujours vraie et S_1=] - õ ; - 2[.
- Si xÃ - 2 alors il suffit de résoudre $5x$ + 6Ãx^2 + $4x$ + 4 ou encore x^2 - x - 2Â0 ñ (x +1)(x - 2)Â0. S_2=[- 1 ;2]

S=(S_1∪S_2)∩D=[- 1 ;2]

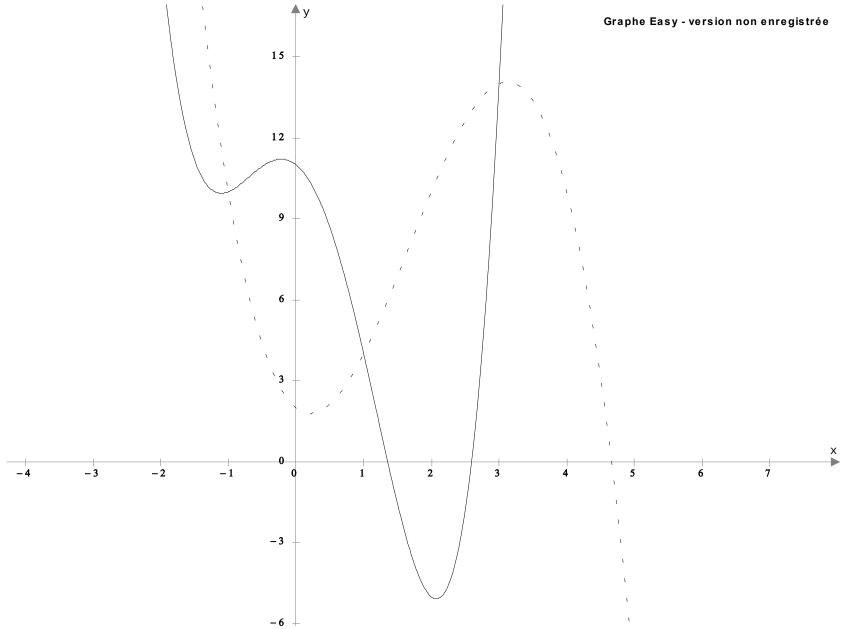
5. $(m-1)x^2+4mx+4m+1=0$ où x est l'inconnue et m un paramètre.

- Si m=1 alors $(m-1)x^2+4mx+4m+1=0$ ñ $4x$ + 5=0 et S={ - 5/4}
- Si mý1, $(m-1)x^2+4mx+4m+1=0$ est une équation du second degré. On peut alors calculer le discriminant $\Delta=16m^2 - 4 * (m - 1)(4m+1)=12m+4$.

 Si m< - 1/3 alors Δ<0 et S={}
 Si m= - 1/3 alors Δ=0 et S={ - 1/2}
 Si m> - 1/3 alors Δ>0 et S={x_1 ;x_2} avec :
 $x_1=\frac{-4m-\sqrt{12m+4}}{2(m-1)}$ et $x_2=\frac{-4m+\sqrt{12m+4}}{2(m-1)}$

Texte n°3.2 : 6 points

f et g sont deux fonctions polynômes définies par :
$f(x)=x^4 - x^3 - 5x^2 - 2x+11$
$g(x)= - x^3+5x^2 - 2x+2$
C_f et C_g sont leurs courbes représentatives dans un même repère.



1. Lire sur l'écran de la calculatrice reproduit ci - dessus :
 a. Il y a trois points d'intersection entre C_f et C_g.
 Les abscisses sont x= - 1, x=1 et x=3.

b. La position relative des courbes C_f et C_g.

x	- õ	-1	1	3	+ õ
Position	C_f en dessous de C_g	C_f au dessus de C_g	C_f en dessous de C_g	C_f au dessus de C_g	

2. Vérification par le calcul algébrique

a. $h(x)=f(x)-g(x)=x^4-x^3-5x^2-2x+11-(-x^3+5x^2-2x+2)$.

$$h(x)=x^4-10x^2+9$$

b. Si on pose $X=x^2$ alors $h(x)=0$ revient à

résoudre le système : $\begin{cases} X=x^2 \\ X^2-10X+9=0 \end{cases}$

c. $X^2-10X+9=0$ ñ $(X-1)(X-9)=0$ et $X=1$ ou $X=9$
D'où $x^2=1$ ou $x^2=9$ et $h(x)=0$ admet quatre solutions.

$$S=\{-3\ ;-1\ ;1\ ;3\ ;3\}$$

3.

a. ∀ $x \in$ Ë, $h(x)=(x^2-1)(x^2-9)$ et on a :

x	- õ -3	-3 -1	-1 1	1 3	3 + õ
x^2-1	+	+	-	+	+
x^2-9	+	-	-	-	+
$h(x)$	+	-	+	-	+

b. En déduire la position relative des courbes C_f et C_g.

x	- õ -3	-3 -1	-1 1	1 3	3 + õ
Position	C_f au dessus de C_g	C_f en dessous de C_g	C_f au dessus de C_g	C_f en dessous de C_g	C_f au dessus de C_g

4. On ne voit pas toute la courbe sur l'écran de la machine !!! Attention à l'interprétation ...

<u>**Texte n°3.3 :**</u> **6 points**

L'araignée et la guêpe

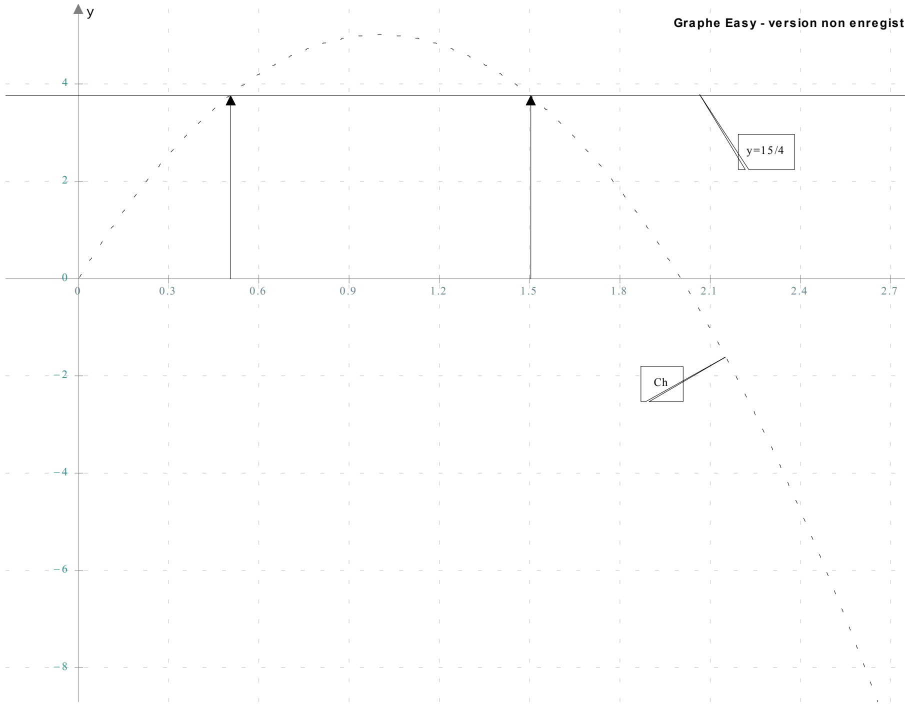
1. Etude de h

a. Il s'agit d'une fonction du second degré :
a= -5<0 donc :

t	0	1	+∞
h	0 ↗	5	↘

b. La hauteur maximale atteinte par la guêpe est $y_M=5$ m
Cette hauteur est atteinte à l'instant $t_0=1$ s

c. C_h dans un repère orthogonal.



2. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

a. Il y a deux points d'intersection entre C_h et la droite d'équation $y = \frac{15}{4}$.

Les abscisses de ces points sont : t_1 ó 0,5 et t_2 ó 1,5

b. La guêpe est à une hauteur supérieure à $\frac{15}{4}$ m lorsque C_h est au dessus de la droite d'équation $y = \frac{15}{4}$. Cela correspond à $t \in [t_1;t_2]$

c. Il suffit de résoudre l'équation d'inconnu t : $-5t^2+10t = \frac{15}{4}$ puis l'inéquation $-5t^2+10t$ Ã $\frac{15}{4}$

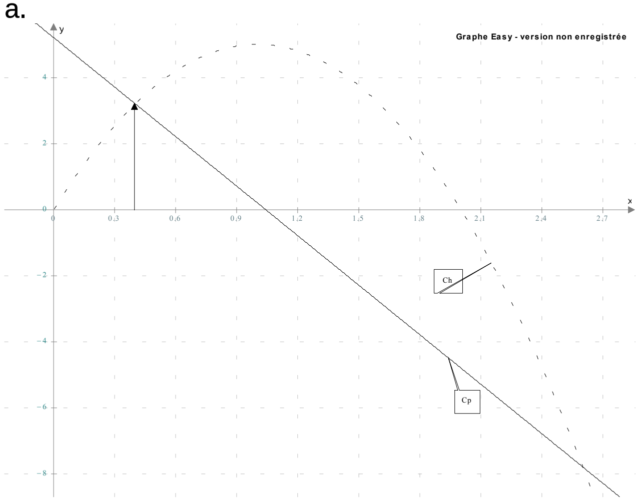
$-5t^2+10t = \frac{15}{4}$ ñ $-20t^2+40t-15=0$ ou encore $4t^2-8t+3=0$

$\Delta = 64-16*3 = 16$ et il y a alors deux solutions : $t_1=0{,}5$ et $t_2=1{,}5$

L'inéquation $-5t^2+10t$ Ã $\frac{15}{4}$ aura pour solution : [0,5 ;1,5] (intérieure des racines).

3. Le drame : collision frontale entre la guêpe et l'araignée.

a.



b. Il suffit de déterminer abscisse et ordonnée du point d'intersection en C_h et C_p.

Il s'agit alors de l'instant t_0 ó 0,4 s à la hauteur de h ó 3 m

c. Il suffit de résoudre l'équation suivante : :

$h(t)=p(t)$ ou encore : $-5t^2+10t = -5t+5{,}2$

Elle devient : $-5t^2+15t-5{,}2=0$.

$\Delta=121$. On ne gardera que la solution dont l'image par h sera positive : $t_0=0{,}4$ et $h(t_0)=3{,}2$ m.