Fiche de synthèse sur le second degré

Trinôme du second degré : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

A. Forme canonique

$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$, avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha) = -\left(\frac{b^2-4ac}{4a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$

B. Racines

$\Delta < 0$: pas de racines
$\Delta = 0$: une seule racine, dite "racine double", $x_0 = -\frac{b}{2a}$
$\Delta < 0$: deux racines distinctes, $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

C. Factorisation

$\Delta < 0$: pas de factorisation dans $\mathbb{R}$
$\Delta = 0$: factorisation $f(x) = a(x-x_0)^2$
$\Delta < 0$: factorisation $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

D. Sens de variation

$a > 0$, courbe en "cuvette", comme celle de la fonction carré. Variations $\searrow\nearrow$
$a < 0$, courbe en "colline", variations $\nearrow\searrow$

E. Extremum (maximum ou minimum)

L'extremum vaut $y = \beta = -\frac{\Delta}{4a}$, et est atteint pour $x = \alpha = -\frac{b}{2a}$

F. Étude du signe

$\Delta < 0$: toujours du signe de a
$\Delta = 0$: du signe de a, et s'annule pour $x = x_0$ (racine double)
$\Delta < 0$: du signe de a "à l'extérieur des racines"

G. Utilisation des différentes formes

Forme	forme développée $ax^2 + bx + c$	forme canonique $a(x-\alpha)^2 + \beta$	forme factorisée $a(x-x_1)(x-x_2)$
Exemples d'utilisations	Calculer $f(0) = c$	Trouver l'extremum Calculer $f(\alpha) = \beta$	Étudier le signe Calculer $f(x_1) = 0$ et $f(x_2) = 0$